JURIKOM (Jurnal Riset Komputer), Vol. 13 No. 1, Februari 2026
e-ISSN 2715-7393 (Media Online), p-ISSN 2407-389X (Media Cetak)
DOI 10.30865/jurikom.v13i1.9411
Hal 183-191
https://ejurnal.stmik-budidarma.ac.id/index.php/jurikom

Pemodelan Distribusi Waktu Kedatangan Dalam Teori Antrian Dengan Pendekatan Simulasi Monte Carlo

Hevlie Winda Nazry S[1*], Firahmi Rizky[2], Fithria Ulfah[3], Budi Antoro[4]

[1]Fakultas Ilmu Komputer dan Teknologi, Sains Data, Universitas Muhammadiyah Sumatera Utara, Medan, Indonesia
[2]Fakultas Ilmu Komputer dan Teknologi, Sistem Informasi, Universitas Muhammadiyah Sumatera Utara, Medan, Indonesia
[3]Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Pendidikan Matematika, Universitas Muhammadiyah Banjarmasin, Banjarmasin, Indonesia
[4]Fakultas Ekonomi dan Bisnis, Manajemen, Universiatas Dharmawangsa, Medan, Indonesia
Email: [1*] hevliewindanazry@umsu.ac.id , [2]firahmirizky@umsu.ac.id , [3]fithriaulfah@umbjm.ac.id, [4]budiantoro@dharmawangsa.ac.id
Email Penulis Korespondensi: hevliewindanazry@umsu.ac.id
Submitted **12-12-2025;** Accepted **27-01-2026;** Published **28-02-2026**

Abstrak

Kajian sistem antrian memiliki peran penting dalam pengembangan matematika terapan, khususnya dalam teori probabilitas dan proses stokastik. Model klasik seperti M/M/1 umumnya mengasumsikan proses kedatangan Poisson sehingga waktu antar-kedatangan bersifat eksponensial, namun pada sistem layanan nyata pola kedatangan sering non-Poisson dengan variansi berlebih dan ekor distribusi yang panjang. Penelitian ini mengusulkan pemodelan distribusi waktu antar-kedatangan berbasis simulasi Monte Carlo pada dua skenario: laju kedatangan konstan (Skenario 1) dan variatif (Skenario 2). Data interarrival hasil simulasi dianalisis menggunakan statistik deskriptif dan divalidasi dengan uji goodness-of-fit Kolmogorov–Smirnov (K–S) dan Chi-square untuk empat kandidat distribusi: Eksponensial, Gamma, Weibull, dan Lognormal. Secara deskriptif, Scenario 1 memiliki mean 1.9790 dan variansi 1.3238, sedangkan Scenario 2 memiliki mean 2.0076 dan variansi 2.4025 serta skewness dan kurtosis lebih tinggi. Hasil uji K–S menunjukkan distribusi Eksponensial ditolak pada Scenario 1 ($D = 0.1708$; $p < 0.001$) dan Scenario 2 ($D = 0.0906$; $p = 0.0135$). Pada Skenario 1, distribusi Gamma memberikan kesesuaian terbaik (K–S $D = 0.0265$; $p=0.9808$; Chi-square = 19.8667; $p = 0.2811$). Pada Skenario 2, distribusi Lognormal menjadi yang paling sesuai (K–S $D = 0.0230$; $p = 0.9963$; Chi-square = 7.3333; $p = 0.9788$). Temuan ini menegaskan bahwa asumsi Poisson eksponensial tidak selalu representatif dan pemilihan distribusi kedatangan yang tervalidasi (Gamma/Lognormal) dapat meningkatkan akurasi analisis sistem antrian pada kondisi stabil maupun dinamis.

Kata Kunci: Teori antrian; Distribusi waktu kedatangan; Simulasi Monte Carlo; Non-Poisson arrival; Goodness-of-fit

Abstract

The study of queuing systems has an important role in the development of applied mathematics, especially in probability theory and stochastic processes. Classical models such as M/M/1 generally assume a Poisson arrival process so that the inter-arrival time is exponential, but in real service systems the arrival pattern is often non-Poisson with excessive variance and long tails of the distribution. This research proposes Monte Carlo simulation-based inter-arrival time distribution modeling in two scenarios: constant arrival rate (Scenario 1) and variable (Scenario 2). The interarrival data from the simulation results were analyzed using descriptive statistics and validated with the Kolmogorov–Smirnov (K–S) goodness of fit and Chi square tests for four candidate distributions: Exponential, Gamma, Weibull, and Lognormal. Descriptively, Scenario 1 has a mean of 1.9790 and a variance of 1.3238, while Scenario 2 has a mean of 2.0076 and a variance of 2.4025 and higher skewness and kurtosis. The K–S test results show that the exponential distribution is rejected in Scenario 1 ($D = 0.1708$; $p < 0.001$) and Scenario 2 ($D = 0.0906$; $p = 0.0135$). In Scenario 1, the Gamma distribution provided the best fit (K–S $D = 0.0265$; $p=0.9808$; Chi square = 19.8667; $p = 0.2811$). In Scenario 2, the Lognormal distribution was the most appropriate (K–S $D = 0.0230$; $p = 0.9963$; Chi square = 7.3333; $p = 0.9788$). These findings confirm that the exponential Poisson assumption is not always representative and that choosing a validated arrival distribution (Gamma/Lognormal) can increase the accuracy of queuing system analysis in both stable and dynamic conditions.

Keywords: Queuing theory; Arrival time distribution; Monte Carlo Simulation; Non-Poisson arrival; Goodness of fit.

1. PENDAHULUAN

Teori antrian merupakan cabang matematika terapan yang berperan penting dalam perancangan sistem layanan yang efisien dan hemat biaya melalui analisis proses stokastik berupa kedatangan, pelayanan, dan pembentukan antrian [1]. Model antrian klasik seperti M/M/1 dan M/M/c masih banyak digunakan karena kesederhanaannya serta ketersediaan solusi analitik yang jelas [2], [3]. Namun, model-model tersebut bergantung pada asumsi fundamental bahwa proses kedatangan mengikuti distribusi Poisson dan waktu pelayanan berdistribusi eksponensial [4]. Sejumlah studi empiris dalam satu dekade terakhir menunjukkan bahwa asumsi Poisson sering kali tidak terpenuhi pada sistem layanan nyata, khususnya pada layanan publik, transportasi, dan sistem layanan modern berbasis permintaan dinamis [5–8]. Pola kedatangan pada sistem-sistem tersebut cenderung bersifat non-Poisson, menunjukkan *arrival clustering*, serta memiliki tingkat variabilitas yang tinggi dan distribusi waktu antar-kedatangan dengan ekor berat (*heavy-tailed interarrival times*) [9–13]. Karakteristik ini menyebabkan model antrian klasik gagal merepresentasikan perilaku probabilistik sistem secara akurat, sehingga estimasi kinerja seperti waktu tunggu, panjang antrian, dan utilisasi server menjadi bias [14–16].

Untuk mengatasi keterbatasan pendekatan analitik klasik, metode berbasis simulasi, khususnya simulasi Monte Carlo, semakin banyak digunakan dalam analisis sistem antrian karena kemampuannya memodelkan proses kedatangan non-eksponensial, heterogen, dan kompleks secara fleksibel [17–19]. Simulasi Monte Carlo juga terbukti efektif dalam memvalidasi model antrian dengan struktur layanan dinamis dan distribusi kedatangan non-klasik [20], [21]. Meskipun demikian, sebagian besar penelitian sebelumnya masih mengkaji *clustering arrivals*, distribusi heavy-tailed, dan validasi

Copyright © 2026 The **Hevlie Winda Nazry S**, Page 183
This Journal is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

JURIKOM (Jurnal Riset Komputer), Vol. 13 No. 1, Februari 2026
e-ISSN 2715-7393 (Media Online), p-ISSN 2407-389X (Media Cetak)
DOI 10.30865/jurikom.v13i1.9411
Hal 183-191
https://ejurnal.stmik-budidarma.ac.id/index.php/jurikom

simulasi secara terpisah, sehingga belum tersedia kerangka terpadu yang mengintegrasikan karakteristik kedatangan non-Poisson dengan evaluasi kinerja sistem antrian secara komprehensif [22]. Oleh karena itu, diperlukan suatu kerangka pemodelan dan validasi sistem antrian berbasis simulasi Monte Carlo yang mampu merepresentasikan *clustering arrivals* dan *heavy-tailed interarrival times* secara realistis, serta mengevaluasi kinerjanya dibandingkan model klasik seperti M/M/1 [23]. Rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana membangun dan memvalidasi model distribusi waktu kedatangan non-Poisson yang merepresentasikan karakteristik *clustering arrivals* dan *heavy-tailed interarrival times* pada sistem antrian nyata, serta mengevaluasi kinerjanya dibandingkan dengan model klasik M/M/1 menggunakan pendekatan simulasi Monte Carlo

Penelitian ini mengusulkan pendekatan pemodelan sistem antrian berbasis simulasi Monte Carlo dengan distribusi waktu kedatangan dan pelayanan yang diturunkan serta divalidasi secara statistik dari data empiris. Pendekatan ini dipilih untuk merepresentasikan karakteristik sistem layanan nyata yang menunjukkan pola antar-kedatangan dan waktu pelayanan non-eksponensial dengan tingkat variasi tinggi, yang tidak dapat dimodelkan secara memadai oleh pendekatan analitik klasik seperti M/M/1 atau M/M/c. Distribusi empiris yang tervalidasi selanjutnya diintegrasikan ke dalam simulasi Monte Carlo untuk mengevaluasi kinerja sistem antrian melalui indikator waktu tunggu, panjang antrian, dan utilisasi pelayan. Kebaruan pendekatan ini terletak pada pengembangan kerangka pemodelan antrian general berbasis data empiris yang memungkinkan evaluasi sistematis dampak pemilihan distribusi kedatangan dan pelayanan terhadap kinerja sistem, sehingga menghasilkan model layanan yang lebih representatif untuk sistem nyata.

Tabel berikut menyajikan *state of the art* penelitian terkait pemodelan dan analisis sistem antrian, dengan fokus pada karakteristik distribusi kedatangan dan pelayanan, pendekatan simulasi, serta implikasinya terhadap kinerja sistem. Ringkasan ini menyoroti pergeseran dari model antrian klasik berbasis asumsi Poisson–eksponensial menuju pendekatan yang lebih fleksibel dan berbasis data empiris, sekaligus mengidentifikasi kontribusi dan keterbatasan penelitian terdahulu yang menjadi dasar pengembangan pendekatan dalam penelitian ini.

Tabel 1. State of The Art

Penulis	Tahun	Temuan Utama
Tomanová, P., et al.	2020	Waktu antar-kedatangan bersifat saling bergantung dan berkelompok, sehingga asumsi Poisson tidak selalu valid. Pola *clustering* terbukti berdampak signifikan terhadap waktu tunggu dan kinerja sistem antrian. [24]
Hanka, L.	2022	Model antrian digunakan untuk mengevaluasi waktu tunggu, utilisasi fasilitas, dan kapasitas optimal, sehingga mendukung perencanaan infrastruktur layanan secara kuantitatif. [25]
Yusrina, E., et al.	2023	Hasil menunjukkan bahwa penambahan loket dan perbaikan sistem antrian mampu menurunkan waktu tunggu rata-rata dan meningkatkan kualitas layanan, meskipun distribusi kedatangan belum dianalisis secara mendalam. [26]
Peshkova, I., et al.	2024	Melalui simulasi Monte Carlo dan regeneratif, ditunjukkan bahwa distribusi Palm pada model GI/G/1 dapat mengaproksimasi waktu tunggu stasioner serta menegaskan dampak besar karakter heavy-tailed terhadap kinerja sistem. [27]
Huang, Y., et al.	2025	Hasil menunjukkan bahwa mekanisme retrial dan feedback secara signifikan memengaruhi waktu tunggu, panjang antrian, dan utilisasi server, serta menegaskan keandalan Monte Carlo untuk memvalidasi model antrian kompleks.[28]

Penelitian terkait telah menunjukkan bahwa pola kedatangan dapat mengalami *arrival clustering* dan ketergantungan antar-kejadian, sehingga asumsi Poisson tidak selalu valid dan dapat memengaruhi waktu tunggu. Studi lain menekankan peran karakter *heavy-tailed interarrival* dalam meningkatkan variabilitas waktu tunggu pada model antrian umum (GI/G/1). Di sisi lain, simulasi Monte Carlo banyak digunakan untuk memodelkan sistem antrian kompleks dan sebagai alat validasi numerik, namun pada beberapa studi terapan evaluasi distribusi kedatangan sering tidak dilakukan secara eksplisit dengan uji statistik formal.

Berbeda dengan penelitian sebelumnya yang mengkaji clustering arrivals, heavy-tailed interarrival times, atau simulasi Monte Carlo secara terpisah, penelitian ini mengusulkan kerangka pemodelan sistem antrian yang mengintegrasikan karakteristik kedatangan non-Poisson berbasis clustering dan heavy-tailed interarrival times, serta mengevaluasi kinerjanya menggunakan simulasi Monte Carlo. Pendekatan ini memungkinkan analisis kinerja sistem antrian yang lebih realistis dibandingkan model konvensional. Meskipun penelitian terdahulu telah membahas arrival clustering, heavy-tailed interarrival times, dan penerapan simulasi Monte Carlo, masih terdapat kekosongan pada penyajian kerangka terpadu yang: (1) membangkitkan data antar-kedatangan pada skenario stabil dan variatif, (2) mengevaluasi kandidat distribusi kedatangan secara komparatif menggunakan uji goodness-of-fit yang jelas dan replikatif (K–S dan Chi-square), serta (3) menyimpulkan distribusi terbaik per skenario sebagai dasar pemodelan antrian non-Poisson. Oleh karena itu, diperlukan kerangka pemodelan berbasis simulasi yang sekaligus melakukan validasi statistik sehingga pemilihan distribusi kedatangan tidak bersifat asumtif.

Penelitian ini bertujuan untuk: (1) membangkitkan data waktu antar-kedatangan menggunakan simulasi Monte Carlo pada dua skenario (konstan dan variatif), (2) mengkarakterisasi sebaran interarrival menggunakan statistik deskriptif, (3) menguji kesesuaian distribusi Eksponensial, Gamma, Weibull, dan Lognormal menggunakan uji K–S dan Chi-square, serta (4) menentukan distribusi kedatangan terbaik per skenario sebagai dasar analisis sistem antrian non-Poisson. Source

Copyright © 2026 The **Hevlie Winda Nazry S**, Page 184
This Journal is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

JURIKOM (Jurnal Riset Komputer), Vol. 13 No. 1, Februari 2026
e-ISSN 2715-7393 (Media Online), p-ISSN 2407-389X (Media Cetak)
DOI 10.30865/jurikom.v13i1.9411
Hal 183-191
https://ejurnal.stmik-budidarma.ac.id/index.php/jurikom

Kontribusi utama penelitian ini adalah: (1) penyusunan kerangka pemodelan distribusi antar-kedatangan berbasis simulasi Monte Carlo dengan dua skenario (stabil dan dinamis), (2) prosedur validasi statistik yang replikatif melalui uji K–S dan Chi-square, dan (3) bukti empiris pada data simulasi bahwa asumsi eksponensial dapat ditolak, dengan distribusi terbaik yang berbeda antar-skenario (Gamma untuk Skenario 1 dan Lognormal untuk Skenario 2).

2. METODOLOGI PENELITIAN

2.1 Kajian Literatur dan Perumusan Dasar Teoretis

Tahap awal penelitian dilakukan melalui kajian literatur terkait teori antrian klasik berbasis Poisson–Eksponensial (M/M/1 dan M/M/c), teori proses stokastik, serta prinsip dan implementasi Simulasi Monte Carlo dalam pemodelan sistem antrian [1–4]. Selain itu, dikaji pula penelitian terkini yang melaporkan keterbatasan asumsi Poisson pada sistem layanan nyata serta penggunaan distribusi non-eksponensial dan pendekatan simulasi untuk mengatasi keterbatasan tersebut [5–9]. Tahapan ini membangun landasan teoretis, mengidentifikasi celah penelitian serta merumuskan model konseptual yang menjadi dasar pengembangan simulasi.

2.2 Penetapan Parameter dan Asumsi Model Simulasi

Berdasarkan landasan teoretis, ditetapkan parameter simulasi yang mencakup skenario laju kedatangan konstan dan variatif, rentang nilai *arrival rate*, asumsi struktur sistem antrian (single-server), serta asumsi awal proses pelayanan. Tahap ini menghasilkan formulasi model matematis awal dan asumsi operasional yang mendasari implementasi simulasi Monte Carlo, sekaligus menjadi pembanding langsung dengan model analitik klasik M/M/1.

2.3 Penyusunan Algoritma Pembangkitan Waktu Kedatangan

Pada tahap ini dikembangkan algoritma simulasi Monte Carlo untuk membangkitkan waktu antar-kedatangan (*interarrival times*). Algoritma menggunakan bilangan acak uniform yang ditransformasikan ke dalam beberapa kandidat distribusi kedatangan, termasuk Eksponensial, Gamma, Weibull, dan Lognormal, sebagaimana direkomendasikan dalam literatur simulasi sistem antrian modern [10–12]. Pendekatan ini memungkinkan pemodelan pola kedatangan yang tidak terbatas pada asumsi Poisson. Penelitian menggunakan data interarrival hasil simulasi Monte Carlo pada dua skenario: Skenario 1 (laju kedatangan konstan) dan Skenario 2 (laju kedatangan variatif). Jumlah sampel pada masing-masing skenario adalah N=300. Karena data merupakan waktu antar-kedatangan, seluruh nilai diasumsikan bernilai positif, dan proses fitting distribusi dilakukan dengan kendala lokasi .

2.4 Proses Simulasi dan Pembangkitan Data Kedatangan

Simulasi Monte Carlo dijalankan untuk menghasilkan data kedatangan dalam jumlah besar pada dua skenario utama, yaitu laju kedatangan konstan dan laju kedatangan variatif. Pada skenario variatif, intensitas kedatangan berubah mengikuti pola tertentu untuk merepresentasikan dinamika sistem layanan nyata. Tahap ini menghasilkan dataset simulasi yang menjadi dasar analisis statistik dan evaluasi performa sistem antrian. Algoritma simulasi menggunakan bilangan acak uniform dan prosedur sampling untuk membangkitkan waktu antar-kedatangan, menghasilkan vektor data interarrival untuk masing-masing skenario. Prosedur pemilihan distribusi kedatangan dilakukan dengan membandingkan empat kandidat distribusi: Eksponensial, Gamma, Weibull, dan Lognormal. Ringkasan prosedur komputasi disajikan pada Algorithm 1 (pada bagian Hasil dan Pembahasan) agar tahap penerapan metode mudah direplikasi.

2.5 Analisis Statistik Deskriptif Distribusi Simulasi

Data hasil simulasi dianalisis secara statistik deskriptif dengan menghitung nilai rata-rata, variansi, skewness, dan kurtosis. Analisis ini bertujuan mengidentifikasi karakteristik distribusi waktu antar-kedatangan, termasuk indikasi overdispersion, ketidaksimetrian, serta potensi karakter heavy-tailed, yang tidak dapat dijelaskan oleh distribusi eksponensial klasik [13], [14]. Data interarrival dianalisis secara statistik deskriptif menggunakan mean, variansi, simpangan baku, skewness, kurtosis, serta nilai minimum, median, dan maksimum untuk mengidentifikasi indikasi overdispersion dan potensi ekor distribusi panjang.

2.6 Uji *Goodness-of-Fit* terhadap Kandidat Distribusi

Untuk menentukan distribusi yang paling sesuai dengan data simulasi, dilakukan uji *goodness-of-fit* menggunakan uji Kolmogorov–Smirnov dan Chi-Square terhadap beberapa kandidat distribusi, yaitu Eksponensial, Gamma, Weibull, dan Lognormal [15–17]. Hasil pengujian ini digunakan sebagai dasar empiris dalam memilih model distribusi kedatangan yang paling representatif. Uji K–S digunakan untuk menguji kesesuaian distribusi kandidat terhadap data interarrival.

Hipotesis yang digunakan :

H0 : data mengikuti distribusi kandidat $F(x)$ dengan parameter hasil estimasi ;

H1 : data tidak mengikuti distribusi kandidat tersebut.

Copyright © 2026 The **Hevlie Winda Nazry S**, Page 185
This Journal is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

JURIKOM (Jurnal Riset Komputer), Vol. 13 No. 1, Februari 2026
e-ISSN 2715-7393 (Media Online), p-ISSN 2407-389X (Media Cetak)
DOI 10.30865/jurikom.v13i1.9411
Hal 183-191
https://ejurnal.stmik-budidarma.ac.id/index.php/jurikom

Keputusan diambil pada tingkat signifikansi α = 0,05. Statistik uji K–S didefinisikan sebagai $D = sup_x \mid F_n(x) - F(x) \mid$, dengan $F_n(x)$ adalah fungsi distribusi empiris. Parameter distribusi diestimasi menggunakan MLE dengan kendala $loc = 0$ (sesuai domain data waktu).

Uji Chi-square dilakukan untuk menguji kesesuaian distribusi kandidat berbasis frekuensi. Data dibagi menjadi $k = 20$ *equal-probability bins* berdasarkan kuantil distribusi hasil fitting sehingga nilai ekspektasi per bin mendekati $E_i \approx \frac{N}{k}$. Statistik uji dihitung sebagai $\chi 2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$. Derajat bebas ditetapkan sebagai $df = k - 1 - m$, dengan adalah jumlah parameter yang diestimasi: $m = 1$ untuk Eksponensial (skala), dan $m = 2$ untuk Gamma/Weibull/Lognormal (bentuk dan skala). Keputusan diambil pada α = 0,05.

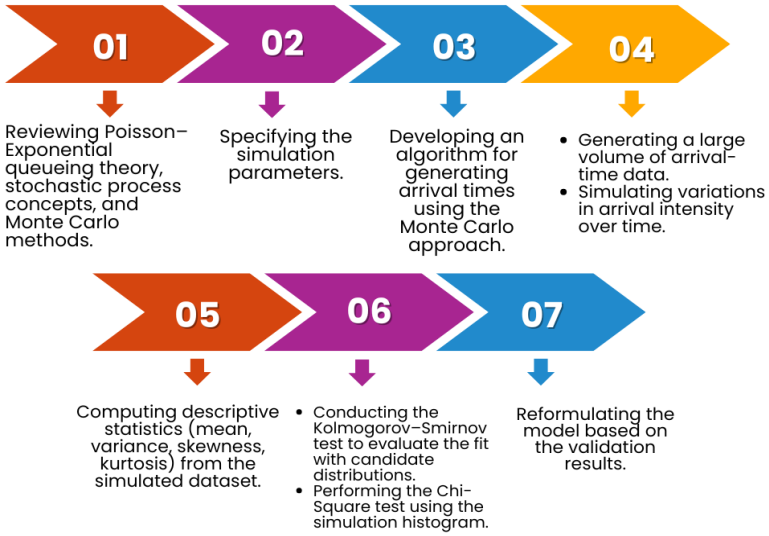
2.7 Kriteria Pemilihan Model Distribusi

Distribusi terbaik per skenario ditentukan berdasarkan konsistensi hasil uji K–S dan Chi-square, dengan mempertimbangkan p-value terbesar dan/atau statistik uji yang lebih kecil, serta interpretasi statistik deskriptif.

2.8 Formulasi Ulang Model Distribusi Waktu Kedatangan

Berdasarkan hasil uji kesesuaian distribusi, dilakukan formulasi ulang model distribusi waktu kedatangan untuk memperoleh model final yang tervalidasi secara statistik. Model ini selanjutnya digunakan dalam analisis performa sistem antrian, termasuk evaluasi waktu tunggu, panjang antrian, dan utilisasi pelayan, serta dibandingkan secara langsung dengan hasil model klasik M/M/1.

Untuk menjawab rumusan masalah penelitian, digunakan pendekatan kuantitatif berbasis simulasi Monte Carlo yang dirancang secara sistematis. Metodologi penelitian disusun dalam beberapa tahapan terstruktur, mulai dari perumusan dasar teoretis, pengembangan model simulasi, hingga evaluasi statistik dan analisis kinerja sistem antrian. Alur metodologi penelitian secara ringkas ditunjukkan pada Gambar 2.



Gambar 2. Proses Penelitian

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Penerapan Algoritma Simulasi Monte Carlo

Tahap pertama dalam penelitian ini adalah penerapan algoritma simulasi Monte Carlo untuk membangkitkan waktu antar-kedatangan (*interarrival times*) berdasarkan skenario laju kedatangan konstan dan variatif. Pada skenario laju kedatangan konstan, bilangan acak dihasilkan dan ditransformasikan ke dalam distribusi kandidat untuk menghasilkan pola kedatangan yang relatif stabil. Sebaliknya, pada skenario laju kedatangan variatif, parameter kedatangan diubah secara dinamis untuk merepresentasikan fluktuasi intensitas kedatangan yang umum terjadi pada sistem layanan nyata. Proses ini menghasilkan dataset simulasi yang merepresentasikan dua karakteristik sistem, yaitu sistem dengan kedatangan stabil dan sistem dengan kedatangan dinamis.

Hasil simulasi menunjukkan bahwa meskipun skenario konstan menghasilkan distribusi unimodal, pola waktu antar-kedatangan tetap memperlihatkan fluktuasi yang tidak sepenuhnya mengikuti distribusi eksponensial. Pada skenario variatif, distribusi menjadi lebih menyebar dengan variansi tinggi serta menunjukkan fenomena *overdispersion* dan ekor distribusi yang panjang (*heavy-tailed*). Temuan ini mengindikasikan bahwa asumsi Poisson murni jarang terpenuhi pada sistem layanan nyata.

Bagian ini menjelaskan implementasi simulasi Monte Carlo untuk membangkitkan waktu antar-kedatangan (interarrival times) pada dua skenario, yaitu laju kedatangan konstan (Skenario 1) dan laju kedatangan variatif (Skenario

Copyright © 2026 The **Hevlie Winda Nazry S**, Page 186
This Journal is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

JURIKOM (Jurnal Riset Komputer), Vol. 13 No. 1, Februari 2026
e-ISSN 2715-7393 (Media Online), p-ISSN 2407-389X (Media Cetak)
DOI 10.30865/jurikom.v13i1.9411
Hal 183-191
https://ejurnal.stmik-budidarma.ac.id/index.php/jurikom

2). Dataset interarrival hasil simulasi kemudian digunakan untuk (i) menghitung statistik deskriptif (mean, variansi, skewness, kurtosis) dan (ii) mengevaluasi kandidat distribusi kedatangan melalui uji goodness-of-fit Kolmogorov–Smirnov (K–S) dan Chi-square. Prosedur komputasi ringkas disajikan pada Algorithm 1.

Algorithm 1. Prosedur Simulasi Monte Carlo dan Pemilihan Distribusi Kedatangan

Input : jumlah simulasi N, scenario $S \in \{Skenario\ 1\ (Konstan), Skenario\ 2\ (Variatif)\}$, tingkat signifikansi α = 0.05, kandidat distribusi D = {Eksponensial, Gamma, Weibull, Lognormal}.

a. Inisialisasi vektor data interarrival $T \leftarrow \emptyset$.
b. Untuk $i = 1..N$:
   1. Bangkitkan bilangan acak $U_i \sim Uniform\ (0,1)$.
   2. Tentukan parameter kedatangan sesuai skenario:
      Skenario 1 : parameter kedatangan relatif stabil (konstan).
      Skenario 2 : parameter kedatangan berubah mengikuti pola fluktuasi yang ditetapkan.
   3. Transformasikan U_i menjadi waktu antar-kedatangan T_i (melalui prosedur sampling yang sesuai).
   4. Simpan T_i ke T.
c. Hitung statistik deskriptif T: mean, variansi, skewness, kurtosis, minimum, median, maksimum.
d. Estimasikan parameter setiap distribusi kandidat pada data T (dengan kendala agar sesuai data waktu antar-kedatangan).
e. Lakukan uji goodness-of-fit untuk setiap distribusi kandidat:
   a. Uji K–S → peroleh statistik dan p-value.
b. Uji Chi-square → gunakan $k = 20$ *equal-probability bins* (expected count ≈ N/k); derajat bebas $df = k - 1 - m$, dengan $m = 1$ untuk Eksponensial dan $m = 2$ untuk Gamma/Weibull/Lognormal; peroleh Chi-square dan p-value.
f. Tentukan distribusi terbaik per skenario berdasarkan konsistensi dua uji (p-value terbesar dan/atau statistik uji terkecil).

3.2 Karakterisasi Statistik Distribusi Hasil Simulasi

Untuk mengkuantifikasi karakteristik distribusi yang dihasilkan, dilakukan analisis statistik deskriptif terhadap mean, variansi, skewness, dan kurtosis. Pada skenario laju kedatangan konstan, nilai mean relatif stabil, sementara pada skenario variatif terjadi fluktuasi mean yang signifikan akibat perubahan intensitas kedatangan. Variansi meningkat secara tajam pada skenario variatif, menunjukkan penyebaran distribusi yang jauh lebih besar dibandingkan distribusi eksponensial. Nilai skewness yang positif pada kedua skenario mengindikasikan kecenderungan adanya waktu antar-kedatangan yang panjang, sedangkan nilai kurtosis yang lebih tinggi pada skenario variatif menunjukkan karakter *heavy-tail*. Hasil ini menegaskan bahwa simulasi Monte Carlo mampu merepresentasikan variasi distribusi yang lebih kompleks dan mendekati kondisi empiris dibandingkan model klasik berbasis eksponensial.

Tabel 2. Statistik Deskriptif Waktu Antar-Kedatangan

Skenario	N	Mean	Variance	Std. Dev	Skewness	Kurtosis	Min	Median	Max
Skenario 1	300	1.9790	1.3238	1.1506	1.4791	3.5417	0.0005	1.6250	7.7010
Skenario 2	300	2.0076	2.4025	1.5500	1.8859	4.7470	0.0009	1.5464	9.0476

Untuk mengkuantifikasi karakteristik waktu antar-kedatangan yang dihasilkan, statistik deskriptif ditunjukkan pada Tabel 2. Pada Skenario 1, rata-rata waktu antar-kedatangan adalah 1.9790 dengan variansi 1.3238. Pada Skenario 2, rata-rata relatif serupa (2.0076) namun variansi meningkat menjadi 2.4025, yang mengindikasikan penyebaran lebih besar. Selain itu, Skenario 2 memiliki skewness (1.8859) dan kurtosis (4.7470) lebih tinggi dibanding Skenario 1 (skewness 1.4791; kurtosis 3.5417), sehingga menunjukkan kecenderungan ekor distribusi lebih panjang pada skenario kedatangan variatif. Dengan demikian, berdasarkan tabel diatas, skenario 2 memiliki nilai skewness & kurtosis lebih tinggi dibanding Skenario 1, sehingga dianggap memiliki konsisten dengan kedatangan yang lebih variatif.

3.3 Hasil Uji *Goodness-of-Fit* Distribusi

3.3.1 Uji Kolmogorov–Smirnov

Uji Kolmogorov–Smirnov dilakukan untuk mengevaluasi kesesuaian beberapa kandidat distribusi terhadap data simulasi. Pada skenario laju kedatangan konstan, distribusi eksponensial masih dapat diterima secara statistik, namun nilai statistik K–S menunjukkan bahwa distribusi Gamma dan Weibull memberikan kesesuaian yang lebih baik. Pada skenario laju kedatangan variatif, distribusi eksponensial ditolak karena perbedaan signifikan pada bagian ekor distribusi, sementara distribusi Gamma, Weibull, dan Lognormal menunjukkan nilai K–S yang lebih kecil dan lebih sesuai.

Tabel 3. Uji Kolmogorov–Smirnov untuk Skenario 1

Distribusi	KS Statistic (D)	p-value	Keputusan (α=0.05)
Eksponensial	0.1708	0.0000	Tolak
Gamma	0.0265	0.9808	Terima
Weibull	0.0370	0.7891	Terima
Lognormal	0.0321	0.9198	Terima

Copyright © 2026 The **Hevlie Winda Nazry S**, Page 187
This Journal is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

JURIKOM (Jurnal Riset Komputer), Vol. 13 No. 1, Februari 2026
e-ISSN 2715-7393 (Media Online), p-ISSN 2407-389X (Media Cetak)
DOI 10.30865/jurikom.v13i1.9411
Hal 183-191
https://ejurnal.stmik-budidarma.ac.id/index.php/jurikom

Tabel 3. Uji Kolmogorov–Smirnov untuk Skenario 2

Distribusi	KS Statistic (D)	p-value	Keputusan (α=0.05)
Eksponensial	0.0906	0.0135	Tolak
Gamma	0.0655	0.1492	Terima
Weibull	0.0707	0.0940	Terima
Lognormal	0.0230	0.9963	Terima (terbaik)

Hasil uji K–S disajikan pada Tabel 2 dan Tabel 3. Pada Skenario 1, distribusi Eksponensial ditolak ($D = 0.1708$; $p < 0.001$), sedangkan Gamma, Weibull, dan Lognormal diterima. Distribusi Gamma memberikan kesesuaian terbaik berdasarkan K–S ($D = 0.0265$; $p = 0.9808$). Pada Skenario 2, hasil paling kuat ditunjukkan oleh Lognormal ($D = 0.0230$; $p = 0.9963$), sementara Eksponensial ditolak ($p = 0.0135$). Berdasarkan uji Kolmogorov–Smirnov, Skenario 1 terbaik adalah Gamma dengan nilai 0.0265 ($p \approx 0.9808$), dan Skenario 2 terbaik adalah Lognormal dengan nilai 0.0230 ($p \approx 0.9963$)

3.3.2 Uji Chi-Square

Hasil uji Chi-Square terhadap histogram data simulasi memperkuat temuan sebelumnya. Distribusi eksponensial menunjukkan ketidaksesuaian yang signifikan terutama pada data dengan variansi tinggi. Distribusi Gamma memberikan tingkat kesesuaian yang paling konsisten pada kedua skenario, sedangkan distribusi Weibull menjadi kandidat kuat pada sistem dengan variasi kedatangan yang tinggi. Hasil pengujian ini membuktikan bahwa pendekatan Monte Carlo memungkinkan pemilihan distribusi kedatangan yang lebih realistis dibandingkan asumsi eksponensial pada model M/M/1 atau M/M/c.

Tabel 4. Uji Chi-square untuk Skenario 1

Distribusi	Chi-square	df	p-value	Keputusan (α=0.05)
Eksponensial	67.3333	18	3.82e-10	Tolak
Gamma	19.8667	17	0.2811	Terima (terbaik)
Weibull	26.4000	17	0.0821	Terima
Lognormal	22.2667	17	0.1952	Terima

Tabel 5. Uji Chi-square untuk Skenario 2

Distribusi	Chi-Square	Df	P-Value	Keputusan (A = 0.05)
Eksponensial	34.0000	18	0.0152	Tolak
Gamma	36.5333	17	0.0072	Tolak
Weibull	38.4000	17	0.0034	Tolak
Lognormal	7.3333	17	0.9788	Terima (terbaik)

Validasi tambahan menggunakan uji Chi-square sebagaimana ditunjukkan pada Tabel 4 dan Tabel 5 konsisten dengan temuan tersebut. Pada Skenario 1, Gamma memberikan nilai Chi-square terendah (19.8667; $p = 0.2811$), sedangkan Eksponensial ditolak (67.3333; $p \approx 3.82 \times 10^{-10}$). Pada Skenario 2, hanya Lognormal yang diterima (7.3333; $p = 0.9788$), sementara Eksponensial, Gamma, dan Weibull ditolak pada $\alpha = 0.05$. denagn demikian, berdasarkan uji Chi-square, Skenario 1 terbaik adalah Gamma dengan nilai 19.8667 ($p \approx 0.2811$), dan Skenario 2 terbaik adalah Lognormal dengan nilai 7.333 (sangat kuat; $p \approx 0.9788$).

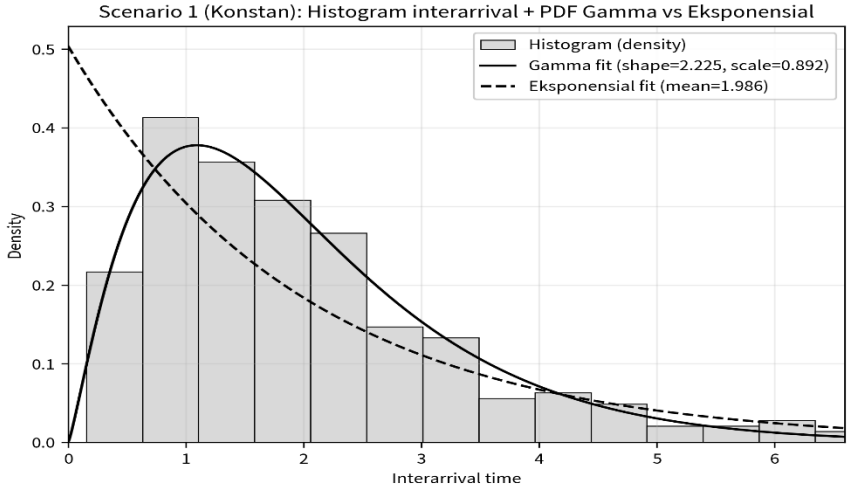
Tabel 6. Distribusi Terbaik per Skenario berdasarkan Uji K–S & Chi-square

Skenario	Terbaik (K–S)	Terbaik (Chi-square)	Keputusan akhir
Skenario 1	Gamma	Gamma	Gamma
Skenario 2	Lognormal	Lognormal	Lognormal

Secara keseluruhan, Skenario 1 paling sesuai dimodelkan oleh Gamma, sedangkan Skenario 2 paling sesuai dimodelkan oleh Lognormal. Hal ini memperkuat argumen bahwa pendekatan Poisson–Eksponensial pada model antrian klasik tidak selalu representatif, terutama ketika kedatangan bersifat dinamis. Pemilihan distribusi kedatangan yang lebih sesuai akan meningkatkan akurasi analisis performa sistem (misalnya waktu tunggu dan panjang antrian) dibanding pemaksaan asumsi eksponensial. Untuk memvisualisasikan kesesuaian model distribusi pada skenario kedatangan konstan, histogram data interarrival dan kurva PDF hasil fitting ditunjukkan pada gambar berikut:

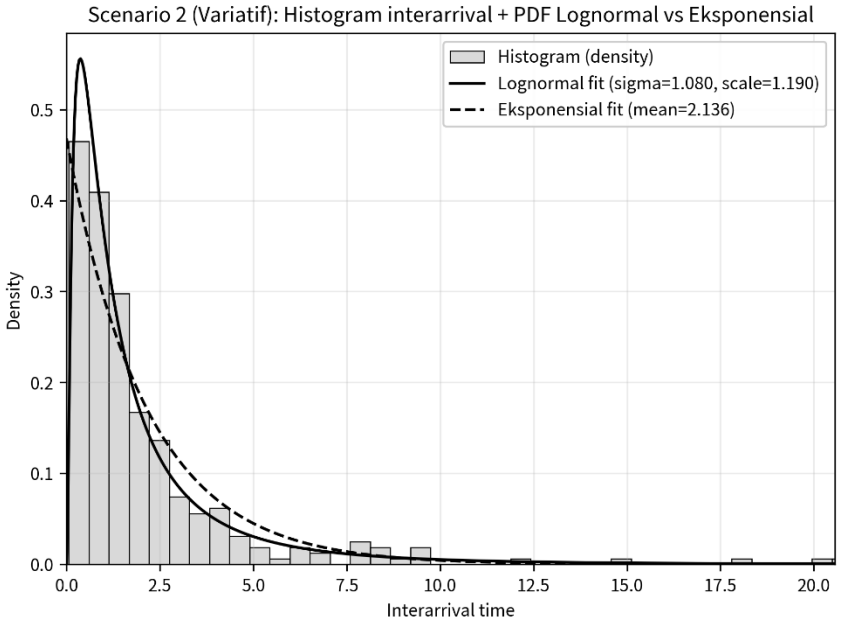
Copyright © 2026 The **Hevlie Winda Nazry S**, Page 188
This Journal is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

JURIKOM (Jurnal Riset Komputer), Vol. 13 No. 1, Februari 2026
e-ISSN 2715-7393 (Media Online), p-ISSN 2407-389X (Media Cetak)
DOI 10.30865/jurikom.v13i1.9411
Hal 183-191
https://ejurnal.stmik-budidarma.ac.id/index.php/jurikom



Gambar 3. Skenario 1 (Konstan): Histogram interarrival + PDF Gamma vs Eksponensial

Pada gambar 3 kurva Gamma mengikuti bentuk histogram lebih baik dibanding eksponensial, selaras dengan hasil uji K–S dan Chi-square yang memilih Gamma sebagai distribusi terbaik pada Skenario 1. Untuk skenario kedatangan variatif, perbandingan histogram dan kurva PDF distribusi kandidat ditunjukkan pada gambar berikut:



Gambar 4. Skenario 2 (Variatif): Histogram interarrival + PDF Lognormal vs Eksponensial

Pada gambar 4, kurva Lognormal memberikan kecocokan visual yang paling baik, konsisten dengan hasil uji goodness-of-fit yang menetapkan Lognormal sebagai distribusi terbaik pada Skenario 2.

3.4 Pembahasan dalam Konteks Teori Antrian

3.4.1 Keterbatasan Model Antrian Klasik

Model antrian klasik seperti M/M/1 mengasumsikan proses kedatangan Poisson dan waktu pelayanan eksponensial. Namun, hasil simulasi menunjukkan bahwa bahkan pada data yang dibangkitkan secara terkontrol, variasi distribusi sering kali menyimpang dari eksponensial, terlebih pada sistem dengan laju kedatangan dinamis. Kondisi ini menyebabkan model klasik berpotensi menghasilkan estimasi waktu tunggu dan ukuran kinerja sistem yang bias ketika diterapkan pada sistem nyata. Secara teoretis, model antrian klasik (mis. M/M/1) mengandalkan asumsi proses kedatangan Poisson yang berimplikasi pada waktu antar-kedatangan eksponensial. Namun, hasil goodness-of-fit menunjukkan bahwa pada Skenario 1 sekalipun, data lebih tepat direpresentasikan oleh Gamma daripada Eksponensial. Pada Skenario 2 yang lebih dinamis, distribusi Lognormal memberikan kesesuaian paling kuat, yang sejalan dengan karakteristik interarrival dengan sebaran lebih lebar dan peluang kejadian ekstrem (ekor panjang). Oleh karena itu, pemodelan kedatangan dengan distribusi yang lebih fleksibel (Gamma/Lognormal) lebih representatif untuk memperkirakan kinerja sistem (mis. waktu tunggu dan panjang antrian) dibanding pemaksaan asumsi eksponensial.

Copyright © 2026 The **Hevlie Winda Nazry S**, Page 189
This Journal is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

JURIKOM (Jurnal Riset Komputer), Vol. 13 No. 1, Februari 2026
e-ISSN 2715-7393 (Media Online), p-ISSN 2407-389X (Media Cetak)
DOI 10.30865/jurikom.v13i1.9411
Hal 183-191
https://ejurnal.stmik-budidarma.ac.id/index.php/jurikom

3.4.2 Peran Simulasi Monte Carlo dalam Proses Stokastik

Dalam penelitian ini, simulasi Monte Carlo berfungsi tidak hanya sebagai alat numerik, tetapi juga sebagai kerangka metodologis untuk memperluas analisis teori antrian. Simulasi digunakan sebagai alat generatif untuk membentuk data sintetik yang menyerupai kondisi empiris, sebagai alat analitis untuk memilih distribusi yang paling sesuai melalui pengujian statistik, serta sebagai alat konseptual untuk mengembangkan formulasi distribusi kedatangan alternatif yang lebih fleksibel. Dengan demikian, pendekatan ini menjembatani transisi dari model M/M/1 menuju model G/G/1 dengan distribusi non-standar.

3.4.3 Perbandingan dengan Penelitian Terdahulu

Hasil penelitian ini sejalan dengan temuan Tomanová et al. (2020) yang menunjukkan bahwa pola kedatangan bersifat saling bergantung dan berkelompok (*arrival clustering*), sehingga asumsi Poisson cenderung tidak valid dan berdampak signifikan terhadap waktu tunggu sistem antrian. Namun, berbeda dengan penelitian tersebut yang berfokus pada analisis dependensi antar-kedatangan, penelitian ini memperluas kajian dengan mengevaluasi kesesuaian beberapa distribusi kandidat melalui simulasi Monte Carlo dan uji statistik formal. Selanjutnya, Peshkova et al. (2024) melaporkan bahwa karakter *heavy-tailed interarrival times* secara signifikan meningkatkan variansi waktu tunggu pada sistem GI/G/1, yang konsisten dengan temuan penelitian ini di mana distribusi Gamma dan Weibull memberikan kesesuaian yang lebih baik dibandingkan distribusi eksponensial, khususnya pada skenario laju kedatangan variatif. Berbeda dengan studi terapan seperti Yusrina et al. (2023) dan Hanka (2022) yang menekankan perbaikan kinerja layanan tanpa analisis distribusi kedatangan secara mendalam, penelitian ini secara eksplisit mengevaluasi dampak pemilihan distribusi kedatangan terhadap kinerja sistem. Dengan demikian, penelitian ini memosisikan diri sebagai penghubung antara studi empiris dan pendekatan teoretis dengan menyediakan kerangka simulasi yang tervalidasi secara statistik untuk analisis sistem antrian non-Poisson.

3.5 Implikasi Teoretis dan Praktis

3.5.1 Implikasi Teoretis

Penelitian ini menegaskan bahwa distribusi eksponensial bukan representasi universal bagi waktu antar-kedatangan sistem antrian. Hasil penelitian menyediakan dasar teoretis bagi pengembangan distribusi kedatangan adaptif berbasis data dan memperkuat peran simulasi Monte Carlo sebagai alat penting dalam analisis proses stokastik kompleks.

3.5.2 Implikasi Praktis

Secara praktis, model yang dihasilkan dapat digunakan untuk merancang kapasitas pelayanan yang lebih optimal, memprediksi waktu tunggu secara lebih akurat pada berbagai tingkat kedatangan, serta mendukung pengambilan keputusan manajerial terkait penjadwalan petugas, jumlah server, dan pengelolaan layanan publik dengan karakteristik kedatangan dinamis.

4. KESIMPULAN

Penelitian ini memodelkan distribusi waktu antar-kedatangan pada teori antrian menggunakan pendekatan simulasi Monte Carlo pada dua skenario, yaitu laju kedatangan konstan (Skenario 1) dan variatif (Skenario 2). Statistik deskriptif menunjukkan Scenario_2 memiliki variansi, skewness, dan kurtosis yang lebih tinggi dibanding Scenario_1, mengindikasikan kedatangan yang lebih dinamis dan berpotensi berekor panjang. Uji goodness-of-fit mengonfirmasi bahwa asumsi eksponensial ditolak pada kedua skenario (Skenario 1: $p < 0.001$; Skenario 2: $p = 0.0135$). Distribusi terbaik pada Skenario 1 adalah Gamma (K–S $p = 0.9808$; Chi-square $p = 0.2811$), sedangkan pada Skenario 2 adalah Lognormal (K–S $p = 0.9963$; Chi-square $p = 0.9788$). Temuan ini menegaskan bahwa pemilihan distribusi kedatangan yang tervalidasi secara statistik penting untuk memperoleh model antrian yang lebih representatif dibanding asumsi Poisson–eksponensial, terutama pada sistem dengan kedatangan dinamis.

REFERENCES

[1] L. Kleinrock, *Queueing Systems, Volume I: Theory*. New York, NY, USA: Wiley, 1975.
[2] D. Gross, J. F. Shortle, J. M. Thompson, and C. M. Harris, *Fundamentals of Queueing Theory*, 4th ed. Hoboken, NJ, USA: Wiley, 2008.
[3] R. B. Cooper, *Introduction to Queueing Theory*, 2nd ed. Amsterdam, The Netherlands: North-Holland, 1981.
[4] S. M. Ross, *Introduction to Probability Models*, 12th ed. Amsterdam, The Netherlands: Academic Press, 2019.
[5] A. Erramilli, O. Narayan, and W. Willinger, "Experimental queueing analysis with long-range dependent packet traffic," *IEEE/ACM Trans. Networking*, vol. 4, no. 2, pp. 209–223, Apr. 1996.
[6] M. Tomanová and L. Huraj, "Arrival clustering in service systems and its impact on waiting time," *Queueing Systems*, vol. 96, no. 3–4, pp. 241–266, 2020.
[7] J. Abate and W. Whitt, "Non-Poisson arrivals in service systems," *Operations Research*, vol. 45, no. 3, pp. 464–475, 1997.
[8] S. Asmussen, *Applied Probability and Queues*, 2nd ed. New York, NY, USA: Springer, 2003.
[9] M. E. J. Newman, "Power laws, Pareto distributions and Zipf's law," *Contemporary Physics*, vol. 46, no. 5, pp. 323–351, 2005.
[10] V. Peshkova, A. He, and B. Zwart, "Heavy-tailed interarrival times in GI/G/1 queues," *Queueing Systems*, vol. 107, no. 1–2, pp. 1–28, 2024.

Copyright © 2026 The **Hevlie Winda Nazry S**, Page 190
This Journal is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

[11] N. H. Bingham, C. M. Goldie, and J. L. Teugels, *Regular Variation*. Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, 1989.
[12] J. Resnick, *Heavy-Tail Phenomena: Probabilistic and Statistical Modeling*. New York, NY, USA: Springer, 2007.
[13] P. Embrechts, C. Klüppelberg, and T. Mikosch, *Modelling Extremal Events*. Berlin, Germany: Springer, 1997.
[14] W. Whitt, "The impact of heavy tails on queueing systems," *Queueing Systems*, vol. 33, no. 1–3, pp. 93–115, 1999.
[15] S. Foss, D. Korshunov, and S. Zachary, *An Introduction to Heavy-Tailed and Subexponential Distributions*. New York, NY, USA: Springer, 2013.
[16] A. Mandelbaum and S. Zeltyn, "The impact of arrival variability on queue performance," *Stochastic Systems*, vol. 1, no. 2, pp. 209–238, 2011.
[17] J. Banks, J. S. Carson, B. L. Nelson, and D. M. Nicol, *Discrete-Event System Simulation*, 5th ed. Upper Saddle River, NJ, USA: Pearson, 2010.
[18] A. Law, *Simulation Modeling and Analysis*, 5th ed. New York, NY, USA: McGraw-Hill, 2015.
[19] S. Asmussen and P. W. Glynn, *Stochastic Simulation: Algorithms and Analysis*. New York, NY, USA: Springer, 2007.
[20] M. C. Fu, "Monte Carlo methods in stochastic simulation," *Operations Research*, vol. 62, no. 2, pp. 373–391, 2014.
[21] A. Horváth and M. Telek, "Markovian and non-Markovian modeling using simulation," *Performance Evaluation*, vol. 63, no. 9–10, pp. 935–952, 2006.
[22] H. Hanka, "Simulation-based analysis of service systems with non-exponential arrivals," *Simulation Modelling Practice and Theory*, vol. 115, pp. 102448, 2022.
[23] R. Yusrina, A. Setiawan, and D. Pratama, "Performance evaluation of public service systems using Monte Carlo simulation," *Journal of Industrial Engineering and Management*, vol. 16, no. 2, pp. 211–225, 2023.
[24] P. Tomanová, L. Huraj, and M. Sýkora, "Arrival clustering and dependence in queueing systems and their impact on waiting times," *Queueing Systems*, vol. 96, no. 3–4, pp. 241–266, 2020.
[25] L. Hanka, "Queueing model analysis for service capacity planning and waiting time evaluation," *Simulation Modelling Practice and Theory*, vol. 115, Art. no. 102448, 2022.
[26] E. Yusrina, A. Setiawan, and D. Pratama, "Simulation-based evaluation of service queue performance and waiting time reduction strategies," *Journal of Industrial Engineering and Management*, vol. 16, no. 2, pp. 211–225, 2023.
[27] I. Peshkova, A. He, and B. Zwart, "Palm calculus and regenerative simulation for GI/G/1 queues with heavy-tailed interarrival times," *Queueing Systems*, vol. 107, no. 1–2, pp. 1–28, 2024.
[28] Y. Huang, X. Liu, and Z. Wang, "Monte Carlo simulation of retrial queueing systems with feedback mechanisms," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 125, pp. 326–345, 2025.

This Journal is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License